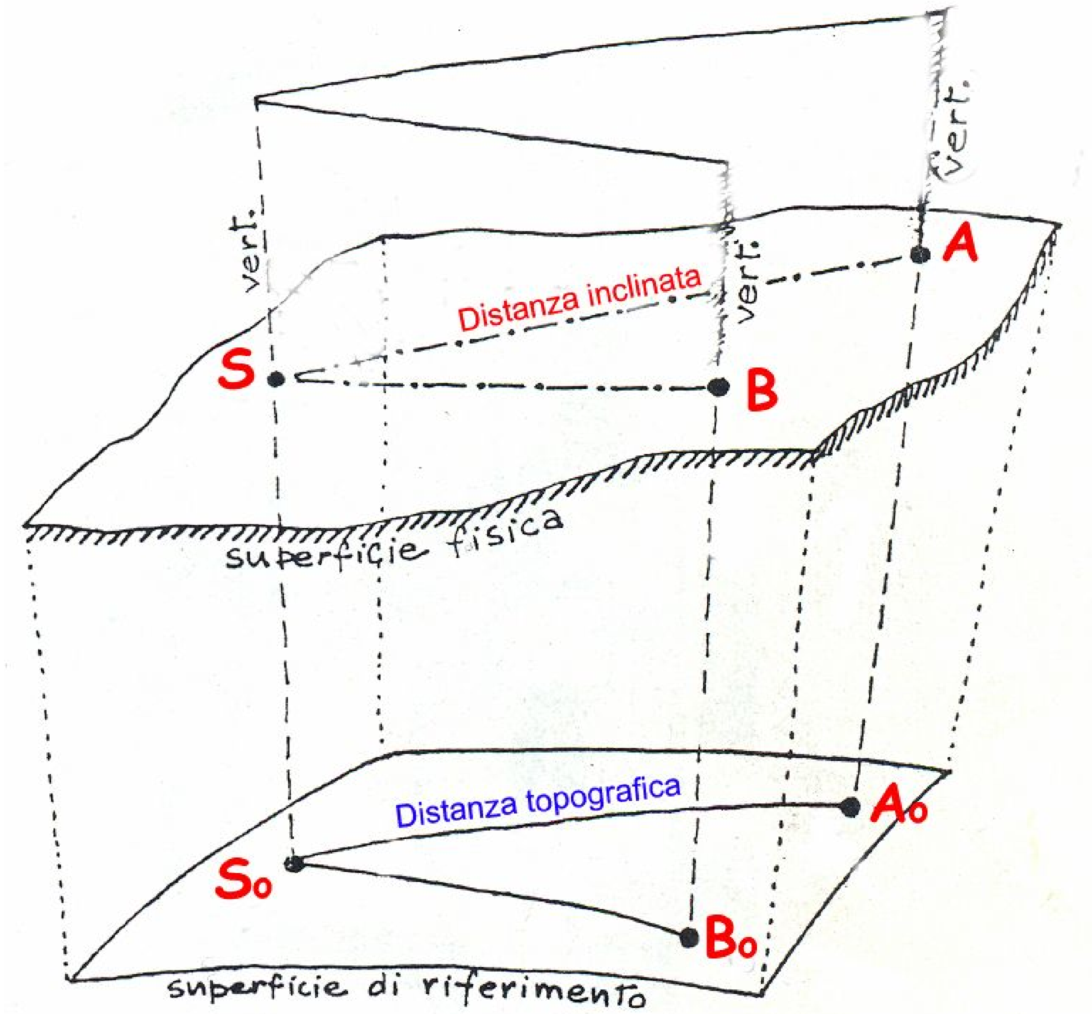
2 – MISURA DELLE DISTANZE

2.1. DEFINIZIONE DELLE DISTANZE IN TOPOGRAFIA

DISTANZA INCLINATA E DISTANZA TOPOGRAFICA

Si definisce **Distanza Inclinata** (**SA** o **SB** nella figura) la distanza *in linea retta* nello spazio tra due punti (detta nel linguaggio comune "distanza in linea d'aria").

Si definisce **Distanza Topografica** (o *geodetica*) tra due punti la *lunghezza dell'arco di geodetica* tra le proiezioni dei due punti sulla superficie di riferimento (**S_oA_o** o **S_oB_o** nella figura). Se la distanza tra i due punti è modesta (fino a qualche km) all'ellissoide si può sostituire il piano tangente (orizzontale) per cui la distanza topografica viene anche detta *distanza orizzontale.*



2.2. MISURA DIRETTA DELLE DISTANZE

La misura DIRETTA delle distanze consiste nel *confronto diretto* della lunghezza da misurare con un *campione di lunghezza*.

E' il metodo concettualmente più semplice di misurare una distanza. Utilizzato sin dall'antichità, ha conosciuto il massimo sviluppo alla fine del XIX e all'inizio del XX secolo, quando vennero sviluppati metodi di misura diretta **di alta precisione** che utilizzavano aste rigide metalliche o bimetalliche (apparato di Bessel) o fili o nastri flessibili di lega *invar* (lega al 64% di ferro, 36% di nickel e tracce di carbonio, caratterizzata da un bassissimo coefficiente di dilatazione termica: ~10^{-6} contro ~10^{-5} del comune acciaio – apparato di Jaderin). Con tali metodi si giunse ad un'accuratezza relativa (σ_D/D) dell'ordine di 10^{-6} (1 mm/km) ma le operazioni erano complesse e costose, e limitate a poche distanze fondamentali. Ad es. in Italia vennero misurate solo 8 *basi* per l'intera rete di triangolazione nazionale; le reti di inquadramento erano basate sulla misura di angoli, che era molto più semplice da realizzare.

La misura diretta di distanze con **strumenti comuni**, di seguito descritti brevemente, ha una accuratezza molto modesta (l'approssimazione è di un decimetro o più su 100 m operando con la massima cura - $\sigma_D/D \approx 10^{-3}$) ed è oggi soppiantata dai distanziometri elettronici: sia quelli topografici, sia i più modesti distanziometri portatili tipo "Disto" utilizzati nell'ambito del cantiere o del rilievo architettonico.

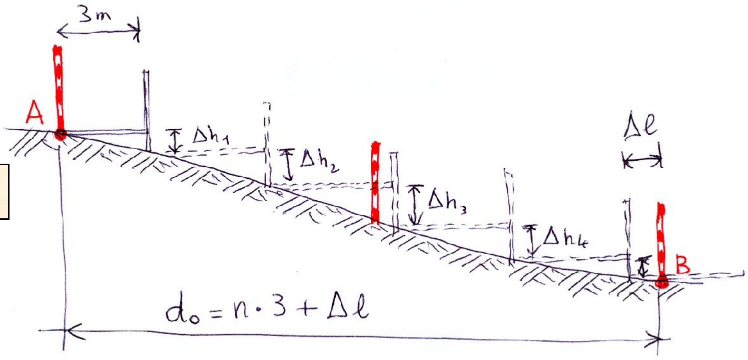
ROTELLA METRICA

Per piccoli rilievi di cantiere o architettonici, quando non si dispone di strumentazione topografica e la precisione richiesta è modesta, possono essere utilizzate rotelle in nastro di **acciaio** disponibili di solito nelle lunghezze di 20, 50 o 100 metri. Si sconsiglia di impiegare rotelle in fibra, tessuto o materiale plastico (si stirano facilmente e possono dare un errore anche di 10 cm su 10-20 m). Con la rotella si misurano direttamente distanze *topografiche*, quindi essa va disposta orizzontalmente (tenuta ben tesa o meglio appoggiata a terra).

TRIPLOMETRI

Sono aste rigide in legno o alluminio, di 3 m di lunghezza (di solito divise in due sezioni avvitabili da 1,50 m) e munite di livella per tenerle orizzontalmente (anche in questo caso si misurano direttamente distanze topografiche). Con una coppia di triplometri, seguendo un *allineamento* individuato sul terreno da una fila di *paline*, si può rilevare in maniera semplice e intuitiva una sezione del terreno anche su zone in pendenza (antico metodo detto *coltellazione*).

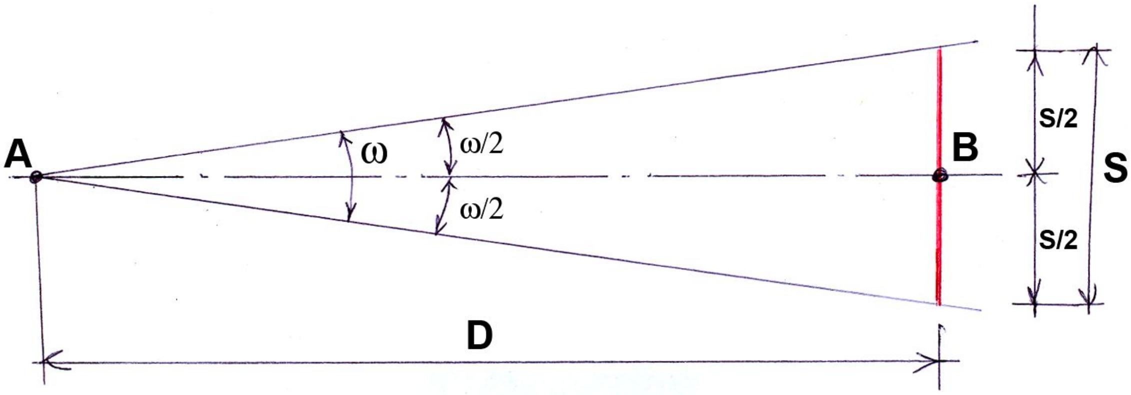
COLTELLAZIONE



2.3. MISURA INDIRETTA DELLE DISTANZE

I metodi di misura INDIRETTA delle distanze (oggi quasi del tutto abbandonati) consistono nel ricavare la distanza dalla misura di un'altra grandezza (un angolo, o un'altra distanza), legata alla distanza incognita da una formula geometrica.

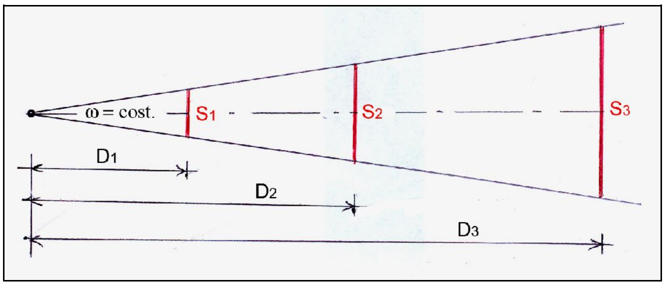
Le tecniche si differenziano ma sono tutte basate sul cosiddetto *angolo parallattico*:



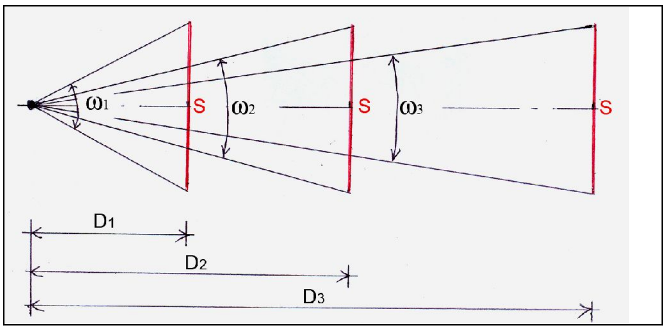
L'*angolo parallattico* ω si ottiene per via ottica, mediante segni incisi nel reticolo (fili distanziometrici) oppure mediante opportune rotazioni del cannocchiale o dell'alidada. L'angolo ω intercetta su una *stadia* (asta graduata), posta all'altro estremo della distanza D da misurare, un segmento S detto *intercetta di stadia* , che è legato all'angolo parallattico e alla distanza dalle seguenti relazioni:

$$\frac{S}{2} = D \cdot \tan\frac{\omega}{2} \quad \rightarrow \quad S = 2D \cdot \tan\frac{\omega}{2} \quad \rightarrow \quad D = \frac{S}{2} \cdot \cot\frac{\omega}{2}$$

Mediante l'ultima di tali formule, la distanza può essere ricavata conoscendo a priori il valore di ω e misurando S (*metodo ad angolo parallattico costante*) oppure conoscendo a priori il valore di S e misurando l'angolo ω (*metodo ad angolo parallattico variabile*).



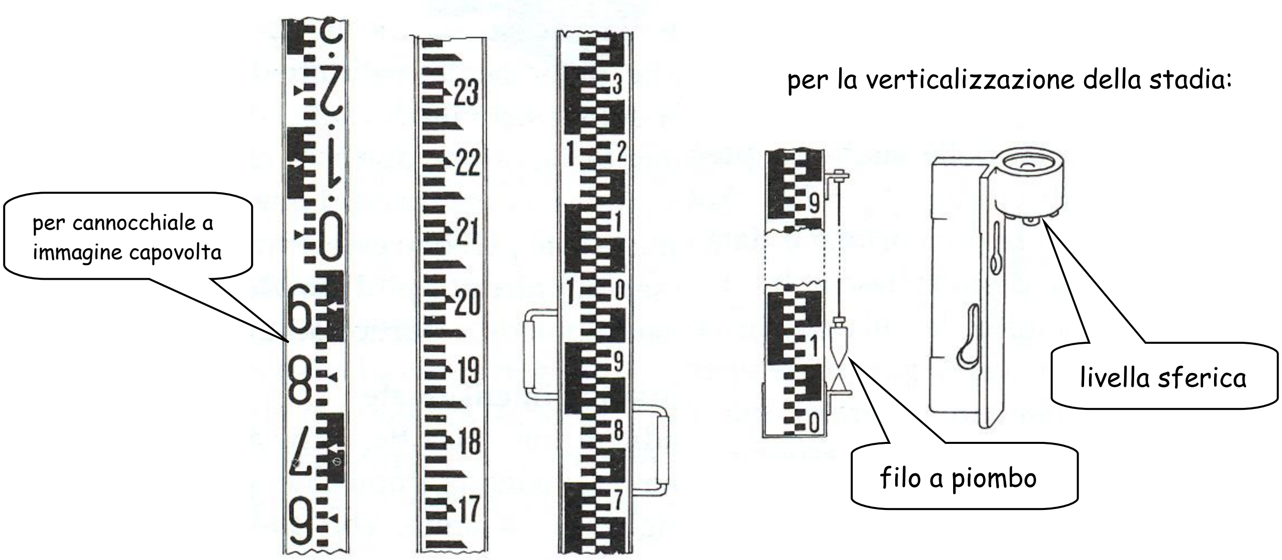
Angolo parallattico costante: l'intercetta di stadia cresce proporzionalmente alla distanza



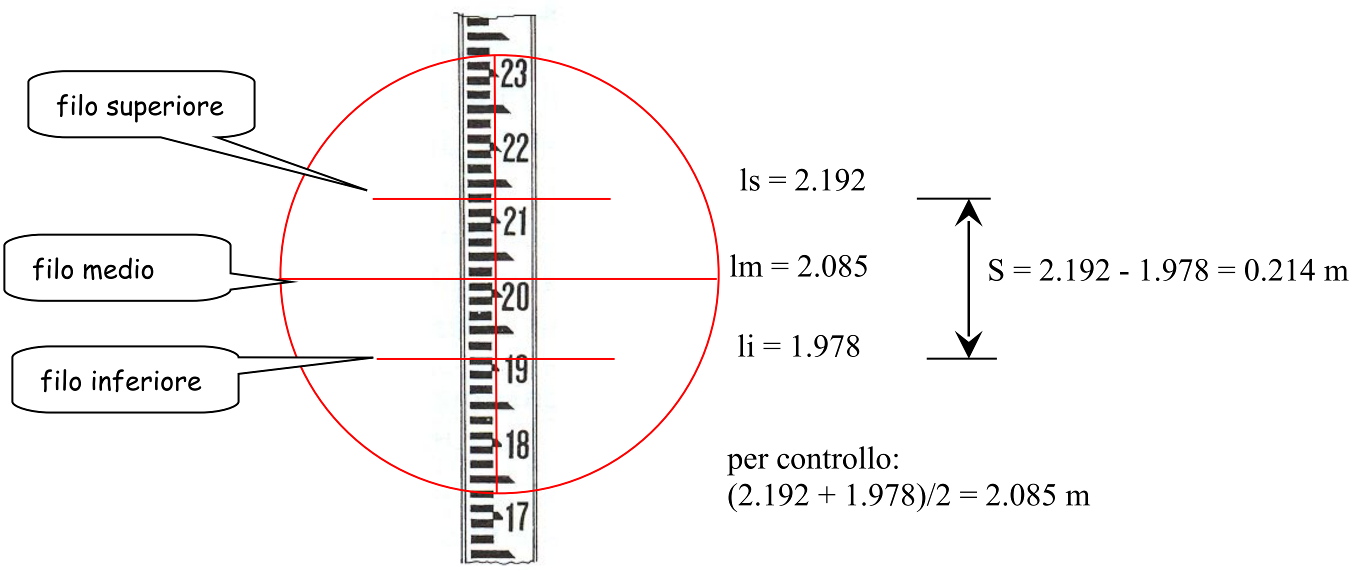
Angolo parallattico variabile: l'intercetta di stadia rimane costante e l'angolo varia con la distanza

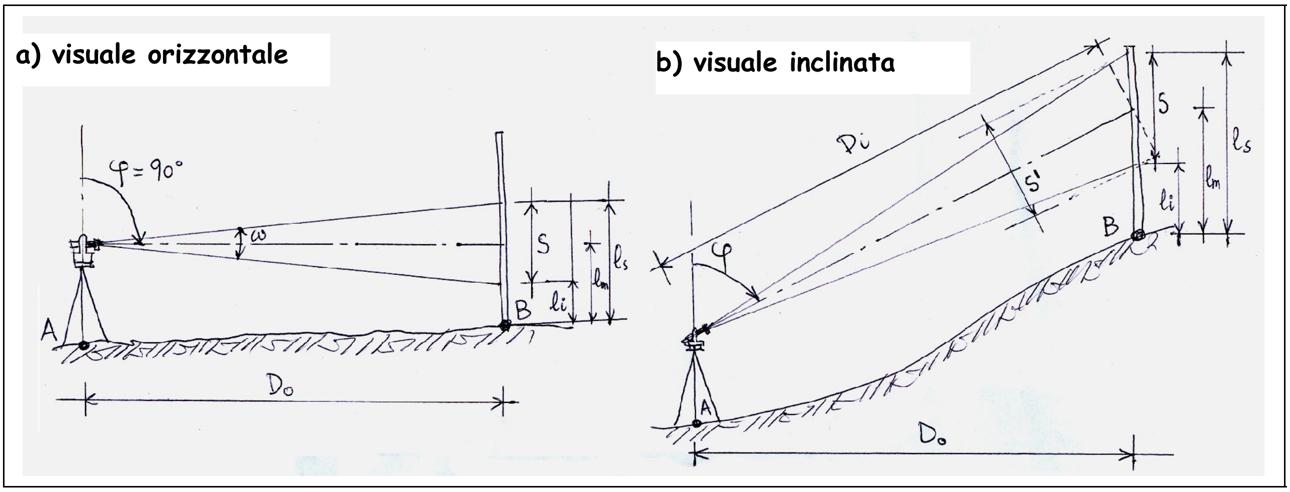
Tra le varie tecniche basate su questo concetto, quella che ha trovato maggior applicazione è la versione ad **angolo parallattico costante e stadia verticale**, molto utilizzata in passato per il rilievo catastale: la mappa catastale italiana venne rilevata negli anni 1920-1940 quasi completamente con tale metodo, utilizzando *tacheometri* (teodoliti di sensibilità 50^{cc} – 1^{c} con cannocchiale distanziometrico munito di reticolo a 5 fili) e stadie in legno a graduazione centimetrica.

La **stadia** è un'asta lunga da 2 a 4 metri, che riporta su una faccia una graduazione centimetrica con origine dal punto d'appoggio a terra detto *tallone* della stadia:



L'angolo parallattico costante si ottiene per mezzo dei *fili distanziometrici* del reticolo del cannocchiale: i raggi luminosi che passano per tali fili formano l'angolo ω, la cui bisettrice è l'asse di collimazione (filo medio). Alla stadia si effettuano 3 letture: al filo inferiore (l_i), al filo superiore (l_s) e al filo medio (l_m). L'intercetta di stadia S è data da l_s - l_i . La lettura al filo medio si esegue per controllo (deve risultare pari alla media delle letture l_i e l_s) e per determinare il dislivello (v. seguito)





Se **la visuale è orizzontale** (a), la distanza orizzontale è proporzionale all'intercetta di stadia, per cui si ha:

$$D_0 = K \cdot S \qquad \text{dove} \quad K = \frac{1}{2} \cdot \cot \frac{\omega}{2}$$

I fili distanziometrici sono incisi a una distanza dal filo medio tale da dare un valore della costante *K* facile da ricordare. Nella maggior parte degli strumenti si ha $K = 100$. Esistono anche cannocchiali con reticolo a 5 fili (prescritti dalle vecchie norme catastali) in cui i due fili più ravvicinati corrispondono a $K = 100$, mentre i due più esterni corrispondono a $K = 50$; si hanno così due valori della distanza di cui si fa la media dopo aver controllato che siano *in tolleranza* (la differenza tra i due valori non deve superare un limite prestabilito).

Se la visuale è inclinata (b), si ha:

$$D_i = K \cdot S' \qquad \text{ma} \quad S' = S \cdot \sin\varphi \qquad \text{e} \quad D_0 = D_i \cdot \sin\varphi \qquad \text{per cui si ottiene:}$$
$$D_0 = K \cdot S \cdot \sin^2\varphi$$

L'accuratezza di questo metodo è assai modesta: la lettura della stadia viene eseguita a stima ed ha un'accuratezza (teorica) di 1 mm, per cui, applicando la legge di propagazione della varianza (trascurando l'effetto degli errori su *K* e su φ) si ha:

$$S = l_s - l_i \qquad \sigma^2{}_S = \sigma^2{}_{ls} + \sigma^2{}_{li} = 1\ \text{mm}^2 + 1\ \text{mm}^2 = 2\ \text{mm}^2 \qquad \sigma_S = \sqrt{2}\ \text{mm} = 1.4\ \text{mm}$$
$$D_0 = K \cdot S \qquad \sigma^2{}_{D_0} = K^2 \cdot \sigma^2{}_S \qquad \sigma_{D_0} = K \cdot \sigma_S = 100 \cdot 1.4 = 140\ \text{mm} = 14\ \text{cm}$$

Nella pratica, tenendo conto anche della imperfetta verticalità della stadia e di qualche inevitabile movimento della stessa (la stadia viene tenuta a mano), l'accuratezza di una misura di distanza con questo metodo si può ritenere mediamente dell'ordine di 15-20 cm. La distanza massima misurabile è dell'ordine di un centinaio di metri circa. In definitiva si ha quindi $\sigma_D/D \approx 10^{-3}$. Oltre i 100 m la stadia non può più essere letta stimando il millimetro, per cui gli errori divengono inaccettabili.

Come anticipato, la tecnica indiretta per la misura delle distanze è stata totalmente soppiantata dai distanziometri elettro-ottici, a partire dagli anni 1970-80. Può ancora capitare di utilizzarla in situazioni particolari (indisponibilità di strumentazione moderna a causa di guasti o di batterie scariche, rilievi in paesi in via di sviluppo, ...).

2.4. DISTANZIOMETRI ELETTRO-OTTICI

Detti anche **distanziometri a onde**, utilizzano **onde elettromagnetiche** per la misura delle distanze

Un tipo di distanziometri ora non più prodotti utilizzava **onde radio** ad alta frequenza (**MDM** – Microwave Distance Measurement). Si impiegavano due stazioni entrambe attive (emittenti), poste agli estremi della distanza da misurare. La portata era molto elevata, raggiungendo anche i 100 km. In questa categoria ricadevano i *tellurometri* utilizzati negli anni 1950-60 dall'IGM per una revisione della rete geodetica nazionale, prima di allora basata su sole 8 **basi misurate** con misure dirette di alta precisione.

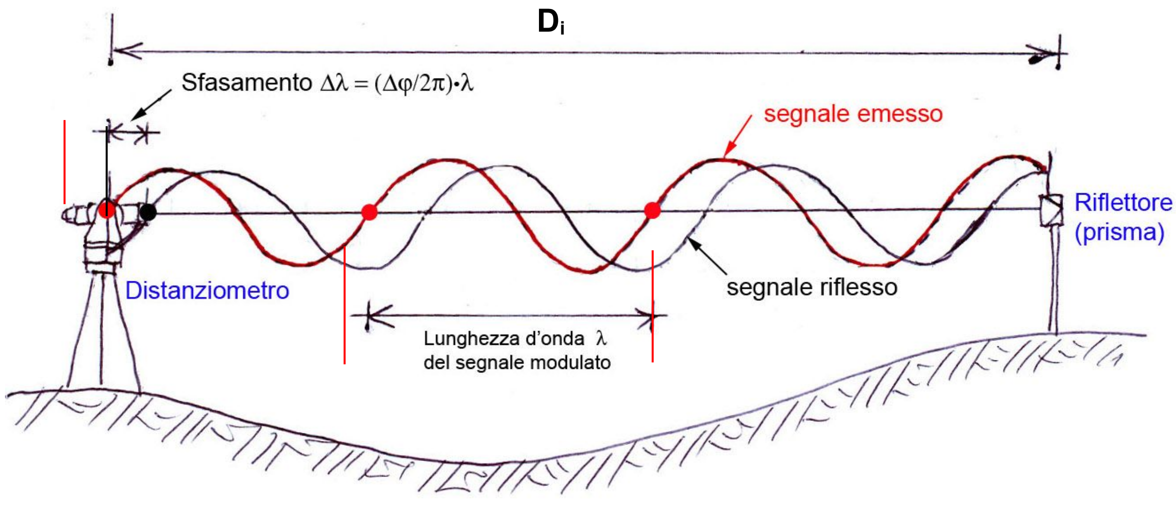
I distanziometri attuali possono essere considerati "discendenti" da un altro tipo di strumento, il *Geodimeter* di Bergstrand (Svezia, 1943) ed utilizzano tutti **luce infrarossa** (lunghezza d'onda circa 0,7-0,8 micron – campo dell'*infrarosso vicino*) che ha un'ottima capacità di penetrazione nella foschia e nel velo atmosferico.
Sono detti **EODM** (Electro Optical Distance Measurement) o semplicemente **EDM** (Electromagnetic Distance Meter).

Esistono due tipologie di distanziometri elettro-ottici:

- **EDM a misura di fase**
- **EDM a impulsi**

2.4.1 - EDM A MISURA DI FASE

Utilizzano come campione di misura la **lunghezza d'onda** di un segnale sinusoidale *modulato* su una *portante* infrarossa con la tecnica della *modulazione di ampiezza.*



Il distanziometro emette un fascio di luce infrarossa *modulata in ampiezza** con legge sinusoidale. Il fascio di luce colpisce un *riflettore* (prisma o gruppo di prismi) che lo rinvia indietro deviandolo di 180°. La luce compie quindi un percorso di **andata e ritorno** (sistema definito *Two-Way Ranging System*). Il distanziometro comprende sia un *trasmettitore* sia un *ricevitore*, mentre il riflettore si limita a rinviare indietro la luce (*riflettore passivo*).

La fase del segnale emesso viene confrontata con quella del segnale riflesso da un dispositivo all'interno del distanziometro detto **comparatore** (o *discriminatore*) **di fase,** determinando lo **sfasamento angolare** $\Delta\varphi$ tra le due sinusoidi.

Nel percorso di andata e ritorno (pari al doppio della distanza inclinata) risulta quindi compreso un **numero intero** *n* di lunghezze d'onda, più una **frazione** di lunghezza d'onda corrispondente allo **sfasamento**.

Sussiste pertanto la seguente relazione (*equazione fondamentale dei distanziometri a misura di fase*):

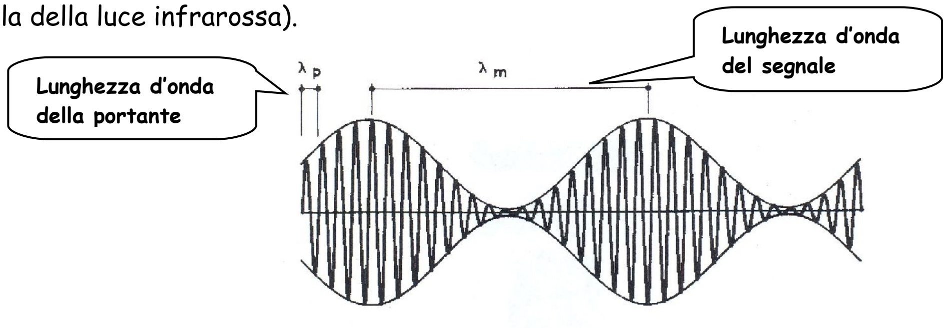
$$2D_i = N \cdot \lambda + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \lambda$$

da cui:

$$D_i = \frac{1}{2} N \cdot \lambda + \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \lambda$$

---

*La tecnica della **modulazione di ampiezza** consiste nel far variare l'intensità della luce con una legge sinusoidale $I(t) = I_0 \cdot sen(\omega t + \varphi_0)$, dove ω è la *pulsazione* o *frequenza angolare* del segnale, data da $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$, in cui T è il *periodo* (durata di un ciclo della sinusoide) e $f = 1/T$ è la *frequenza* (numero di cicli al secondo). L'effetto che ne risulta è quello di una emissione di luce infrarossa con andamento pulsante, che varia da un'intensità minima a una massima, con andamento sinusoidale. Con questa tecnica si riesce a trasmettere un **segnale** a bassa frequenza (la sinusoide modulata, detta *onda portata*) sfruttando le buone caratteristiche di propagazione di un'*onda portante* a frequenza molto più alta (quella della luce infrarossa).



Per misurare la distanza occorre quindi determinare i valori dello **sfasamento** $\Delta\varphi$, della **lunghezza d'onda** λ, e del **numero intero di lunghezze d'onda** N.

a) Lo **sfasamento** $\Delta\varphi$ viene determinato come già accennato dal *comparatore* o *discriminatore di fase*. E' un componente essenziale del distanziometro, che confronta l'onda emessa con quella riflessa e dal confronto ricava lo sfasamento. In pratica, il discriminatore effettua una *conversione analogico/digitale* (la sinusoide si trasforma in un'*onda quadra*) e quindi valuta quanto uno dei due segnali deve essere sfasato per sovrapporsi all'altro. La risoluzione con cui si determina lo sfasamento è dell'ordine di circa 1/1000 di ciclo.

b) La **lunghezza d'onda** λ del segnale trasmesso (onda modulata) si ottiene da:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f}$$

dove v è la velocità di propagazione della luce nell'atmosfera ed f la frequenza del segnale. La velocità di propagazione v è data a sua volta da c/n, dove c è la velocità della luce nel vuoto (costante fisica pari a 299'792'458 m/s – circa 300'000 km/s) ed n è l'indice di rifrazione dell'atmosfera.
La frequenza f del segnale viene determinata come sottomultiplo intero di una frequenza fondamentale generata da un *oscillatore* contenuto nel distanziometro, per cui si può ritenere nota con grande accuratezza.
L'indice di rifrazione dell'atmosfera dipende dalle condizioni fisiche della stessa. Può essere valutato con formule ricavate sperimentalmente, tra le quali si cita la seguente *formula di Barrel e Sears* :

$$n_0 = 1 + (28760{,}4 + 3 \cdot \frac{162{,}88}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1{,}36}{\lambda^4}) \cdot 10^{-8}$$

indice di rifrazione in *condizioni standard*

(p = 1013,25 mbar, t = 0° C, e = 0 mbar)

dove p indica la pressione atmosferica, t la temperatura ed e la pressione parziale di vapor d'acqua nell'atmosfera (e = 0 indica *atmosfera secca*). Il valore di n nelle condizioni effettive (valori di p, t ed e misurati sul posto) si ricava poi da:

$$n = 1 + (n_0 - 1) \cdot \frac{273{,}16}{273{,}16 + t} \cdot \frac{p}{1013{,}25} - \frac{11{,}27 \cdot 10^{-6}}{273{,}16 + t} \cdot e$$

La pressione viene misurata mediante un *barometro* , la temperatura con un *termometro* e l'umidità con un *igrometro* o meglio con uno *psicrometro* (doppio termometro a bulbo asciutto e bulbo umido usato nei rilevamenti di condizioni ambientali – v. Fisica Tecnica). Tali misure di norma vengono eseguite solo in corrispondenza della stazione. I valori di p, t, e ottenuti vengono inseriti nel distanziometro, il cui software interno ne tiene conto applicando le formule qui viste o altre equivalenti per correggere opportunamente la distanza misurata.

c) Per determinare il **numero intero** *N* di lunghezze d'onda contenute nel percorso della luce sono stati ideati vari metodi. Quello che oggi è più utilizzato è il cosiddetto METODO PER DECADI:

Si è detto che la frequenza di modulazione può esser fatta variare a piacere come sottomultiplo di una frequenza fondamentale. Considerando ad es. la durata di 1 ciclo pari a 10 cicli di tale frequenza fondamentale, oppure a 100, a 1000, ... si ottengono frequenze di modulazione del segnale via via più basse, e conseguentemente lunghezze d'onda di misura sempre più grandi, ogni volta moltiplicate per un fattore 10.
Si procede allora in questo modo:

- Si effettua una prima misura di distanza con una lunghezza d'onda molto grande, tale da essere *maggiore del doppio della distanza* : $\lambda_1 > 2D$. In questa prima misura si avrà quindi $N_1 = 0$, per cui si otterrà un valore di prima approssimazione della distanza mediante il solo sfasamento $\Delta\varphi_1$ misurato dal comparatore di fase:

$$D_1 = 0 + \frac{1}{2}\frac{\Delta\varphi_1}{2\pi}\cdot\lambda_1$$

Poiché come si è detto l'approssimazione con cui si riesce a misurare lo sfasamento è di circa 1/1000 di ciclo, la conseguente approssimazione della distanza ottenuta sarà almeno pari a 1/1000 della lunghezza d'onda. Con gli EDM si misurano distanze di alcuni Km, per cui la lunghezza d'onda λ_1 , che deve essere superiore a 2D, sarà anch'essa di qualche Km. Avremo pertanto su questo primo valore D_1 della distanza un'approssimazione dell'ordine di alcuni metri.

- Eseguiamo ora una seconda misura della distanza con una lunghezza d'onda 10 volte più piccola della precedente: $\lambda_2 = \lambda_1/10$, dell'ordine quindi di alcune centinaia di metri. Possiamo utilizzare il valore di prima approssimazione della distanza per stimare il numero intero N in questa seconda misura: si avrà $N_2 = D_1/\lambda_2$ arrotondando il risultato di tale rapporto all'unità per difetto. La distanza di secondo tentativo sarà allora:

$$D_2 = \frac{1}{2}N_2\lambda_2 + \frac{1}{2}\frac{\Delta\varphi_2}{2\pi}\cdot\lambda_2$$

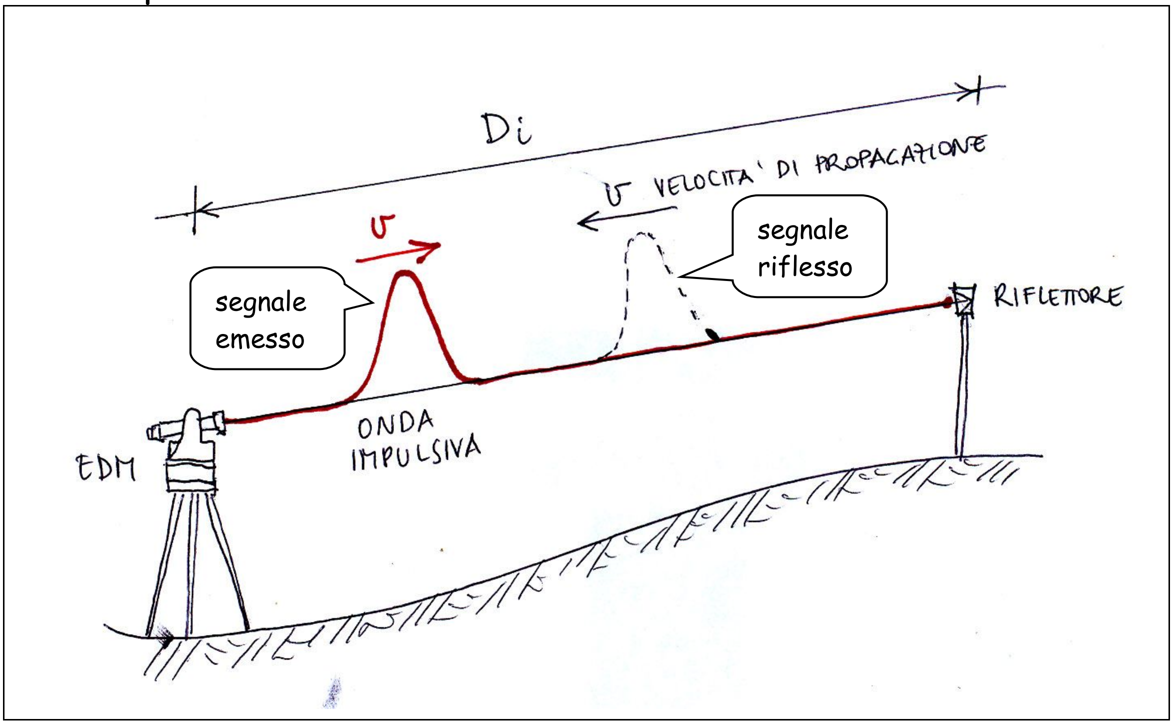
l'approssimazione di D_2 sarà dell'ordine di 1/1000 di λ_2 e quindi dell'ordine di alcuni decimetri, ovvero 10 volte migliore rispetto alla misura precedente.

- Eseguiamo una terza misura con una lunghezza d'onda ancora più piccola per un fattore 10: $\lambda_3 = \lambda_2/10$ e procediamo come fatto per la seconda misura. Otterremo un terzo valore D_3 della distanza con approssimazione dell'ordine dei centimetri.

- Il procedimento va avanti utilizzando lunghezze d'onda sempre più piccole fino a raggiungere l'approssimazione voluta. Teoricamente sembrerebbe di poter andare avanti all'infinito, ma in realtà l'accuratezza della misura è limitata dall'effetto dell'atmosfera (approssimazione nella valutazione dell'indice di rifrazione *n*), per cui in pratica non si scende al di sotto del millimetro. Tutto il ciclo di misura con più lunghezze d'onda viene effettuato automaticamente dal software dello strumento in tempi rapidi: in genere pochi secondi in modalità *rilevamento* (max precisione) e 1-2 secondi in modalità *tracciamento* (misura rapida con precisione centimetrica).

2.4.2 - EDM A IMPULSI

Utilizzano un metodo concettualmente diverso dal precedente, e più semplice: la distanza viene ottenuta misurando il **tempo di viaggio di un impulso** nel percorso di andata e ritorno della luce infrarossa:



Il distanziometro emette un **impulso** (segnale di brevissima durata ed alta intensità, paragonabile visivamente al lampo di un flash fotografico) di luce infrarossa **laser** (fascio di luce molto sottile e concentrato).

L'**onda impulsiva** (in realtà non è una sola come indicato in figura ma una breve sequenza di impulsi – come una rapida serie di flash in sequenza) compie il percorso di andata e ritorno alla velocità di propagazione *v* nell'atmosfera. La velocità *v* si suppone costante ed è stimabile in funzione delle condizioni atmosferiche (*p, t, e*) come già visto.

La distanza inclinata è proporzionale al tempo Δt necessario all'impulso a compiere il percorso di andata e ritorno:

$$2D_i = v \cdot \Delta t$$

da cui:

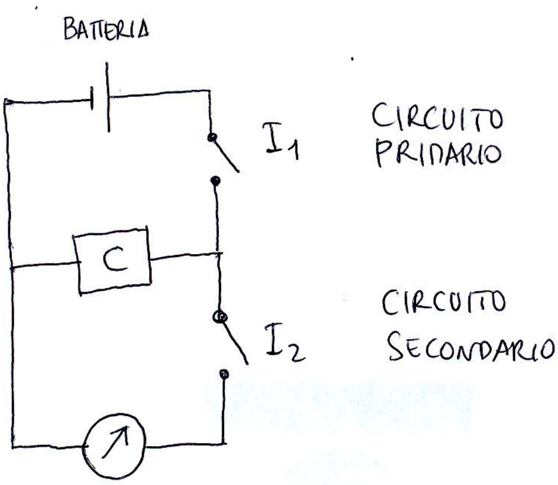
$$D_i = \frac{v \cdot \Delta t}{2}$$

Il problema della misura della distanza si riduce allora a quello di determinare il **tempo** Δt con l'accuratezza necessaria.

L'accuratezza necessaria nella misura di tempo è molto spinta. Per avere una sensibilità δD di un millimetro sulla distanza si richiede nella misura di tempo una sensibilità δt dell'ordine di alcuni *picosecondi* (millesimi di miliardesimo di secondo):

$$\delta t = \frac{\delta D}{v} = \frac{1 \cdot 10^{-3} m}{3 \cdot 10^{8} m/s} = \frac{1}{3} \cdot 10^{11} s \cong 3.3 \cdot 10^{-12} s$$

In pratica nessun "orologio", neppure i più precisi, è in grado di misurare tempi con una risoluzione così elevata. La soluzione è stata trovata con un particolare metodo di misura basato su un circuito elettronico che concettualmente ha il seguente schema (in realtà è notevolmente più complesso):



Il circuito è composto di due parti: un circuito primario alimentato da una batteria, e un circuito secondario comprendente un rilevatore di intensità di corrente di picco (concettualmente analogo a un milliamperometro). I due circuiti hanno un ramo comune in cui è inserito un condensatore. Inizialmente, entrambi gli interruttori I_1 e I_2 sono aperti, e nei circuiti non circola alcuna corrente.

Quando il segnale parte dal distanziometro, l'interruttore I_1 del primario viene chiuso, e viene riaperto quando arriva il segnale di ritorno riflesso dal prisma. Nel tempo di viaggio Δt, a interruttore I_1 chiuso, nel primario circola corrente e nel condensatore *C* si accumula una quantità di carica elettrica proporzionale al tempo Δt trascorso.

Viene poi chiuso l'interruttore I_2. La carica elettrica presente nel condensatore determina una corrente transitoria (di breve durata) nel circuito secondario. L'intensità di picco (massima) di tale corrente viene misurata dal rilevatore (milliamperometro). Essa risulta proporzionale alla carica accumulata in *C*, quindi anche al tempo Δt e quindi in definitiva anche alla distanza *Di*.

Con una opportuna taratura del circuito (occorre anche tener conto dei ritardi nella chiusura e apertura dei circuiti, ecc.) si riesce a raggiungere accuratezze paragonabili a quelle degli EDM a misura di fase (anche se in genere leggermente inferiori).

I distanziometri a impulsi presentano alcuni **vantaggi** rispetto a quelli a misura di fase:

- **maggiore portata** (distanza massima misurabile): a parità di energia emessa, l'impulso ha un'intensità istantanea maggiore rispetto al segnale continuo di un EDM a misura di fase, per cui si propaga nell'atmosfera a distanze maggiori;

- possibilità di misurare **senza riflettore** (EDM *reflectorless*) su brevi distanze (qualche centinaio di metri, fino anche a 1 Km circa con alcuni strumenti recenti), in quanto essendo maggiore l'intensità istantanea della luce, anche il debole riflesso di tipo diffuso dato da una superficie opaca (muratura, intonaco, acciaio, pietra, ...) viene percepito dallo strumento, che riesce a determinare l'istante in cui il segnale di ritorno arriva e a misurare quindi la distanza. Con uno strumento di questo tipo è possibile effettuare il rilevamento di oggetti inaccessibili (ad es. edifici pericolanti, o in proprietà recintate) da una sola stazione e con un solo operatore (non è necessario avere un collaboratore che va a posizionare il prisma).

L'accuratezza, come già detto, è un po' inferiore agli EDM a misura di fase, ma i consistenti vantaggi sopra elencati hanno portato a una vasta diffusione degli EDM a impulsi, che tendono sempre più a sostituire quelli a misura di fase.

* * *

Oltre agli EDM a impulsi incorporati nelle stazioni totali topografiche, esistono altri tipi di strumenti che si basano su misure concettualmente simili:

- EDM portatili da cantiere (ad es. il DISTO della Leica, simile a un puntatore laser) che misurano distanze fino a 100 m circa, e sono utilizzati nel rilevamento architettonico di interni, nelle misure per contabilizzazione, ecc.
- EDM a impulsi di grande portata (oltre 1 km) e accuratezza di qualche cm, installati su un teodolite motorizzato automatico, vengono utilizzati per il rilievo "a scansione" di cave, pareti di roccia e simili;
- I sistemi a *scansione laser* (*laser scanning*) terrestri (per rilievo di edifici) e aeroportati (per il rilevamento da aereo o elicottero del terreno) anche se non sono più dei "distanziometri" ma dei sistemi di rilevamento tridimensionale più potenti e complessi che si fanno in genere rientrare nel campo della Fotogrammetria, utilizzano anch'essi, in sostanza, la distanziometria a impulsi.

2.4.3 – Prestazioni degli EDM

Nel valutare le prestazioni di un distanziometro, ai fini della scelta da effettuare in sede di acquisto o per scegliere lo strumento più adatto a un certo tipo di rilevamento, si considerano due parametri: l'**accuratezza** e la **portata** (max distanza misurabile)

L'**accuratezza** degli EDM viene stimata con la seguente formula "binomia":

$$\sigma_D = \sqrt{a^2 + (b \cdot D)^2}$$

La somma dei quadrati di due termini corrisponde alla sovrapposizione degli effetti di due contributi di errore, eseguita in base alla legge di propagazione pitagorica della varianza.

Il primo termine rappresenta un errore costante, **indipendente dalla distanza**. Esso compare sia negli EDM a misura di fase sia in quelli a impulsi ed è dovuto ad errori residui nella costante del riflettore (v. seguito), ad errori nella misura dello sfasamento (EDM a misura di fase), a ritardi rispetto all'impulso (EDM a impulsi) e cause analoghe; essenzialmente, quindi, a errori residui di taratura. Il coefficiente *a* dimensionalmente è una lunghezza e di solito viene espresso in mm.

Il secondo termine è l'effetto di errori **proporzionali alla distanza**. Esso è dovuto all'incertezza che si ha nella conoscenza della velocità di propagazione effettiva *v*, sia negli EDM a misura di fase (l'incertezza su *v* si traduce in una incertezza su λ ossia sul campione di lunghezza) sia in quelli a impulsi (dove *v* compare direttamente nella formula). Il coefficiente *b* è un numero puro e di solito viene espresso in p.p.m. (parti per milione, ovvero unità per 10^{-6}, ovvero millimetri al chilometro).

Per i coefficienti della formula si possono considerare i seguenti valori di massima:

EDM A MISURA DI FASE

$a = 1 \div 5$ mm $\qquad b = 1 \div 5 \cdot 10^{-6} = 1 \div 5$ p.p.m. $= 1 \div 5$ mm/km

EDM A IMPULSI

$a = 5 \div 10$ mm $\qquad b = 1 \div 5 \cdot 10^{-6} = 1 \div 5$ p.p.m. $= 1 \div 5$ mm/km

Esempio:

D = 1573 m = 1,573 km , a = 2 mm , b = 3 ppm

$$\sigma_D = \sqrt{a^2 + (b \cdot D)^2} = \sqrt{(2mm)^2 + (3\frac{mm}{km} \cdot 1{,}573km)^2} = \sqrt{(2mm)^2 + (4{,}72mm)^2} =$$

$$= \sqrt{4mm^2 + 22{,}27mm^2} = \sqrt{26{,}27mm^2} \cong 5{,}1mm \cong 5mm$$

La **portata** , entro un certo limite, può essere aumentata ricorrendo a riflettori con più di un prisma (il fascio luminoso si allarga con la distanza, e un riflettore più grande ne rimanda indietro una parte maggiore).
Si possono considerare i seguenti valori di massima:

EDM A MISURA DI FASE

D_{max} = 1 ÷ 2 km con 1 prisma
D_{max} = 3 ÷ 4 km con riflettore a più prismi

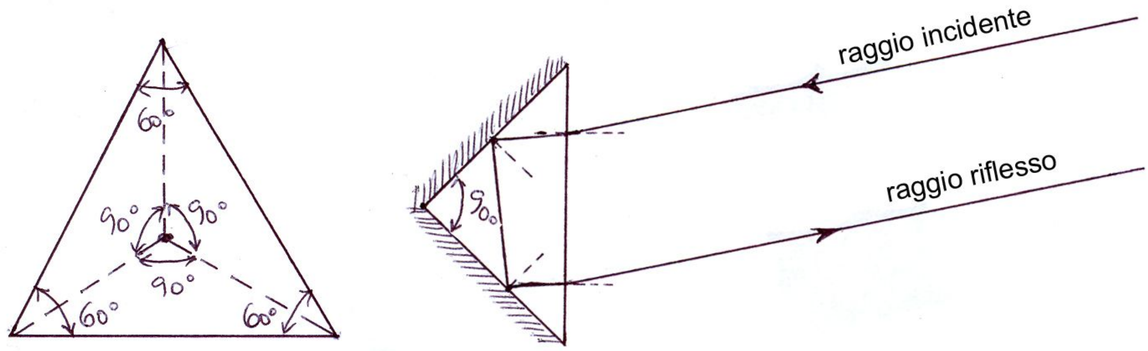
EDM A IMPULSI

D_{max} = 250 m ÷ 1 km senza prisma
D_{max} = 3 ÷ 4 km con 1 prisma
D_{max} = sino a 10 km e oltre con riflettore a più prismi

2.4.4 – Prismi riflettori - Costante del riflettore

Il riflettore, sia per gli EDM a misura di fase che per quelli a impulsi, è costituito di norma da un **prisma retroriflettente**.

Si tratta di un prisma di vetro ottico avente la forma di una piramide con la base (che è la faccia anteriore cioè quella rivolta verso il distanziometro) a forma di triangolo equilatero e le tre facce posteriori (facce laterali della piramide) a forma di triangoli rettangoli, formanti angoli retti l'una con l'altra. Le tre facce posteriori formano un triedro di tre piani ortogonali, come nello spigolo di un cubo.



Le facce posteriori sono argentate sul retro, rendendole così speculari. Quando un raggio di luce (raggio incidente) entra nel prisma dalla faccia di base, subisce prima una rifrazione aria-vetro che lo devia leggermente avvicinandolo alla normale, quindi due riflessioni consecutive sulle facce posteriori formanti tra loro un angolo retto, per cui in base al teorema di Jadanza* viene deviato di 180°, ovvero ritorna esattamente nella direzione di provenienza. Nell'uscire dal prisma si ha una seconda rifrazione vetro-aria che dà al raggio una leggera deviazione uguale ed opposta a quella subita entrando, per cui il raggio riflesso è esattamente parallelo al raggio incidente. Questo prisma è detto **retroriflettente** o **retrodirettivo** perché rinvia la luce indietro di 180° rimandandola nel distanziometro, anche se la sua faccia anteriore non è perfettamente perpendicolare alla direzione da cui arriva la luce.

Un esempio comune di riflettore retrodirettivo è il catarifrangente rosso di un'autovettura: se lo si osserva bene sul retro si vede che è costituito da tante piramidine come quella sopra descritta. Esiste anche un materiale catarifrangente di piccolo spessore (target tape, noto anche con il nome commerciale Scotch Brite). E' usato nella segnaletica stradale ma con esso si possono realizzare dei riflettori piatti da applicare a pareti o strutture per eseguire su di essi misure di distanza con strumenti topografici (ad es. a scopo di monitoraggio). La precisione che si ottiene sulla distanza è però inferiore a quella data da un buon prisma in vetro ottico.

* **Teorema di Jadanza o legge della doppia riflessione**: se un raggio luminoso subisce due riflessioni consecutive su due specchi piani formanti tra loro un angolo α, la deviazione risultante è pari a 2α se α è acuto, oppure $2(180° - \alpha)$ se α è ottuso. Se $\alpha = 90°$ si ha $2\alpha = 180°$ (la stessa cosa accade nel gioco del biliardo quando vengono colpite due sponde).

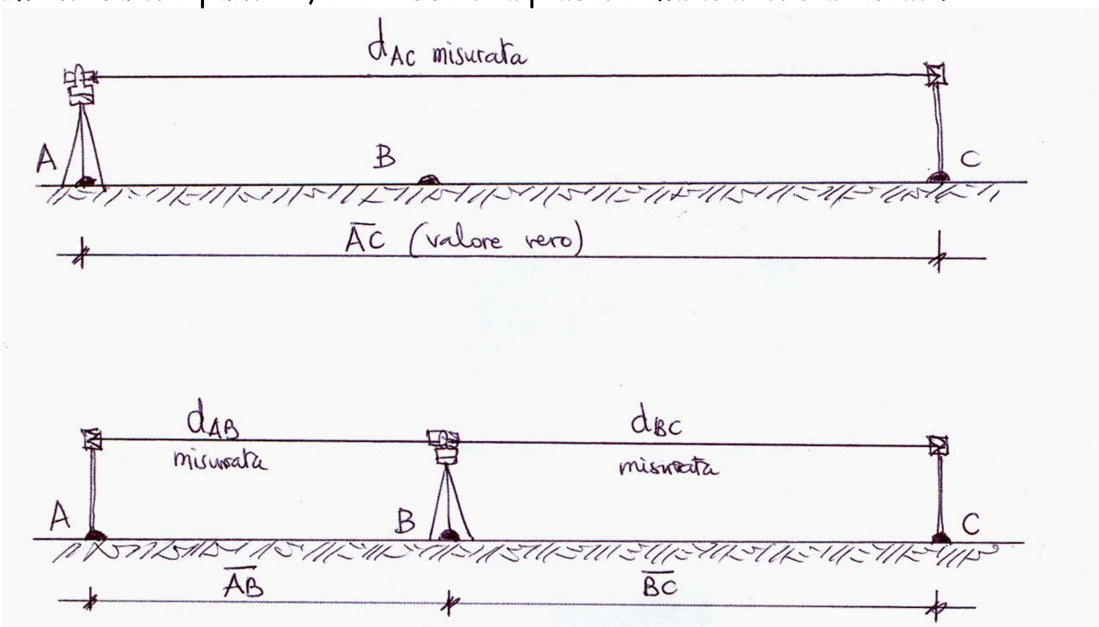
La **costante del riflettore** è una costante legata alle dimensioni del prisma e al modo in cui esso è montato rispetto al centro della mira (si vedano le foto delle mire viste a proposito della misura di angoli).

I riflettori non sono tutti uguali, e non sempre è possibile usare il prisma originario acquistato insieme a un distanziometro (per il quale si presume che la costante sia stata tarata = 0). Tutti i distanziometri prevedono l'immissione da parte dell'operatore di una costante del riflettore da sommare o sottrarre alla distanza misurata.

Per determinare il valore della costante del riflettore da considerare per una data combinazione strumento-prisma si possono impiegare le seguenti due procedure:

1) **Confronto con una base di lunghezza nota**: se si dispone di una base (possibilmente tra due pilastrini a centramento forzato) la cui lunghezza è stata misurata con precisione, si può eseguire su di essa una misura di distanza ponendo a un estremo il distanziometro e nell'altro il riflettore. Per confronto si ricava la costante.

2) **Altra procedura di taratura**: su terreno pianeggiante si dispongono tre centramenti su tre punti A, B e C scelti a piacere ma tra loro allineati.



Si misura la distanza AC da un estremo, quindi si ripete la misura dal punto intermedio B sommando le due misure parziali AB e BC. Detta k la costante da determinare, si ha:

prima misura $AC = d_{AC} + k$

seconda misura $AB = d_{AB} + k$ $BC = d_{BC} + k$

sommando membro a membro le ultime due si ha:

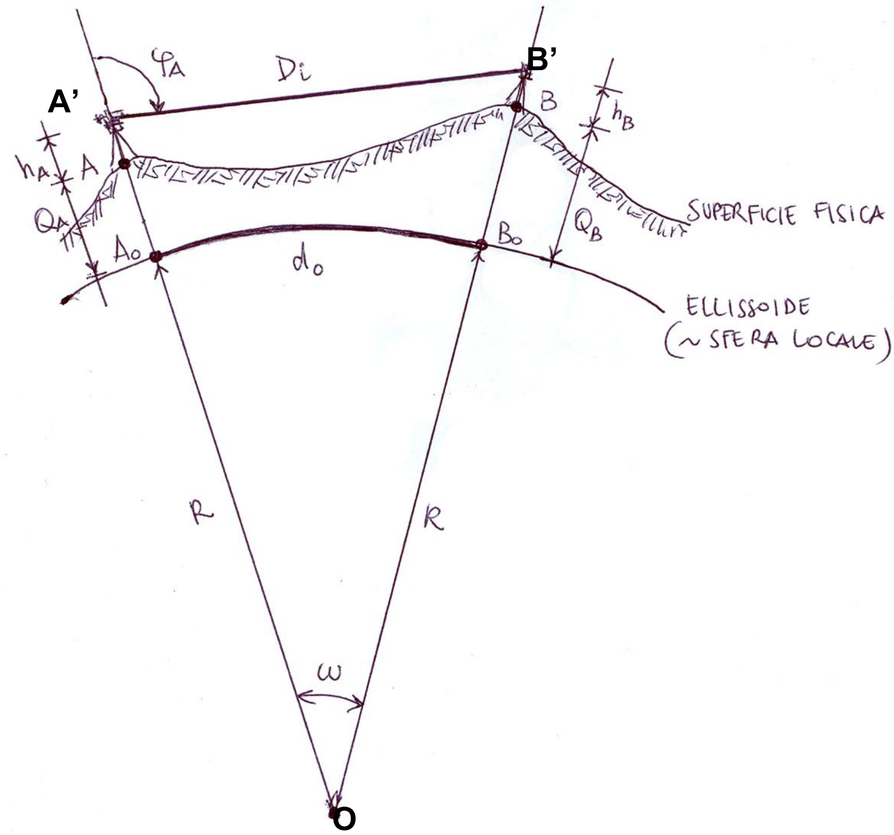
$AB + BC = d_{AB} + d_{BC} + 2k$ ma $AB + BC = AC$ per cui confrontando si ha:

$d_{AC} + k = d_{AB} + d_{BC} + 2k$ che è un'equazione nella incognita k da cui si ottiene:

$k = d_{AC} - (d_{AB} + d_{BC})$

2.4.5 – RIDUZIONE DELLA DISTANZA INCLINATA ALLA SUPERFICIE DI RIFERIMENTO

Per passare dalla **distanza inclinata** misurata con un distanziometro alla **distanza topografica** (o **geodetica**) tra le proiezioni dei due estremi sull'ellissoide, si consideri il seguente schema:



L'ellissoide viene approssimato dalla sfera locale di raggio R (la distanza è sicuramente < 100 km)

Si ha $d_0 = \omega \cdot R$, è necessario quindi determinare l'angolo ω che sottende l'arco di geodetica risolvendo il triangolo OA'B'

I due casi tipici sono i seguenti :

a) Note le quote dei due punti

$$D_i^2 = (R + Q_A + h_A)^2 + (R + Q_B + h_B)^2 - 2 \cdot (R + Q_A + h_A) \cdot (R + Q_B + h_B) \cdot \cos\omega \qquad \text{(teorema di Carnot)}$$

da cui, essendo tutto il resto noto, si ricava l'angolo ω

b) Nota la quota di A e l'angolo zenitale φ_A

l'angolo interno in A' è dato da $180^\circ - \varphi_A$

si ha (Carnot) $OB' = (R + Q_A + h_A)^2 + D_i^2 - 2 \cdot (R + Q_A + h_A) \cdot D_i \cdot \cos(180^\circ - \varphi_A)$

e quindi $\dfrac{\sin\omega}{D_i} = \dfrac{\sin(180^\circ - \varphi_A)}{OB'}$ da cui si ricava facilmente l'angolo ω

Se la distanza è piccola (qualche centinaio di metri) è sufficiente **ridurla al piano orizzontale** moltiplicandola per il seno dell'angolo zenitale, come visto nel caso della misura indiretta con la stadia:

$$D_0 = D_i \cdot \sin\varphi$$

La riduzione alla superficie di riferimento di una distanza viene anche detta nel gergo topografico "riduzione al livello del mare" in quanto comporta una riduzione di scala dalla misura effettuata a livello terreno a quella ridotta alla superficie di riferimento (che approssima il livello del mare medio). La riduzione di scala è dovuta alla convergenza delle verticali verso il centro della Terra ed è tanto maggiore quanto più alta è la quota media. Per la riduzione al livello del mare si usa a volte anche questa formula approssimata:

$d_0 = D_0 \cdot \dfrac{R}{R + Q_m}$ dove $\dfrac{R}{R + Q_m}$ è il fattore di scala che risulta sempre < 1

D_0 è la distanza ridotta al piano orizzontale

Qm è la quota media tra i due estremi della distanza